

2X2 = МНОГО?

МАТЕМАТИКА — НАУКА ЕСТЕСТВЕННАЯ, КАК ФИЗИКА ИЛИ ХИМИЯ, УТВЕРЖДАЕТ ПРОФЕССОР КАЛАБРИЙСКОГО УНИВЕРСИТЕТА (ИТАЛИЯ) ЯРОСЛАВ СЕРГЕЕВ. В ЧАСТНОСТИ, ЭТО ПРОЯВЛЯЕТСЯ В ТОМ, ЧТО ТОЧНОСТЬ ЕЕ ИНСТРУМЕНТОВ НЕБЕЗГРАНИЧНА



СЕРГЕЕВ ЯРОСЛАВ ДМИТРИЕВИЧ, ВЕДУЩИЙ УЧЕНЫЙ В ОБЛАСТИ ЧИСЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯ С БЕСКОНЕЧНО БОЛЬШИМИ И БЕСКОНЕЧНО МАЛЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ, ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ, ТЕОРИИ ЧИСЕЛ; ВЫДАЮЩИЙСЯ (ИМЕННО ТАК БУКВАЛЬНО ПЕРЕВОДИТСЯ ЕГО ЗВАНИЕ С ИТАЛЬЯНСКОГО ЯЗЫКА) ПРОФЕССОР КАЛАБРИЙСКОГО УНИВЕРСИТЕТА (ИТАЛИЯ), ПРОФЕССОР НИЖЕГОРОДСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА ИМ. Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО, ДОКТОР ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК, ЛАУРЕАТ МЕЖДУНАРОДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПРЕМИИ ПИФАГОРА (2010 Г.), ВРУЧАЕМОЙ В ИТАЛЬЯНСКОМ ГОРОДЕ КРОТОНА

Ярослав, насколько можно судить по публикациям в русскоязычном Интернете, на Родине Вас пока еще никто сильно не критиковал за то, как Вы обращаетесь с традиционной математикой. Хороший это знак или плохой? И так ли уж сильно Вы наступаете ей на хвост?

Из-за меня традиционная математика никуда не денется. Я просто подметил, что в некоторых случаях ей не хватает средств для самовыражения (шутка).

Если говорить серьезно, одним из важных аспектов математики является то, что с древних времен люди пытаются получить с ее помощью некое абсолютное знание. В итальянском языке есть даже такая поговорка: «математика — это не мнение», т.е. математика содержит некую абсолютную истину. Очевидно, признавая за математикой право на абсолютное знание, мы должны согласиться, что она отличается от остальных естественных наук, в которых нет ничего абсолютного. Так зачастую и считают.

Но почему математика стоит особняком? Давайте попытаемся посмотреть на вещи иначе и начнем искать ее сходство с другими естественными науками. Рассмотрим простой пример из физики: у Вас есть микроскоп с разными линзами. Вы вставили одну из них и увидели две точки. Вставили другую линзу и увидели, что точки представляют собой не единичные объекты, а кластеры из 10 частиц. Какой из этих ответов правильный? Оба! Но верны они с разной точностью. Таким образом, всегда существует триада — исследователь, инструмент и объект исследования. Подчеркнем, что физик не пытается дать определение объекту, он лишь обсуждает то, как объект наблюдается при помощи инструмента и всегда помнит о точности последнего.

В математике тоже есть свои инструменты — математические языки, к примеру, способы записи чисел (римские, арабские, Майя, и т.д.). И работа с математическими объектами ограничена точностью используемого языка. Математики, точно также как и физики, постоянно совершенствуют свои инструменты, изобретают новые способы записи своих результатов. При этом появление нового языка во-

все не означает, что результаты, полученные при помощи старого, неверны. Просто у старого языка была другая точность (вспомним, что в примере с микроскопом оба ответа (2 точки и два кластера по 10 частиц) правильные, каждый со своей точностью).

Мне очень нравится пример племени пираха из Амазонии. У них очень простой математический язык, всего три числа: «один», «два», «много». $1 + 1 = 2$, а $2 + 1 =$ «много» и $2 + 2 =$ «много». Но тогда, если $2 + 1 =$ «много» и $2 + 2 =$ «много», то получается, что $2 + 2 = 2 + 1$? Парадокс? Во-все нет! Эта ситуация просто является индикатором того, что мы дошли до грани применимости этого простого математического языка. Ответ «много» — правильный в языке пираха, но неточный с нашей точки зрения. В нашем языке есть слова для представления понятий «3» и «4», и мы можем дать более точный ответ, но правильности предыдущего, менее точного результата, это не отменяет.

Следовательно, для исследователя чрезвычайно важно понимать, где сложность кроется в объекте исследования, а где проблему составляет то, что инструмент является недостаточно точным для поставленной задачи. Например, немецкий математик Георг Кантор ввел так называемые бесконечные кардинальные числа (т.е. предложил новый инструмент исследования) для работы в теории множеств. С тех пор люди в основном их и используют. При этом часто забывается, что все результаты получены на языке Кантора, т.е. с его точностью.

Но вернемся к пираха. Их «много» $+ 1 =$ «много» чрезвычайно похоже на запись $\infty + 1 = \infty$, используемую нами сегодня. Это сравнение навело меня на мысль, что проблемы, которые являются у людей с бесконечностью, связаны с языком, т.е. с инструментом, а не с объектом, т.е. с самим понятием бесконечности.

Я разработал новый математический язык, который позволяет рабо-

тать с бесконечностью не по схеме пираха «много» $+ 1 =$ «много», а более точно. Этот язык получился проще и богаче традиционных. С этими бесконечными числами можно работать, как с обычными конечными, и выполнять те же самые операции по тем же самым правилам. Ими можно измерять бесконечные множества с точностью до одного элемента, определять место элемента в бесконечной последовательности и т.д., поскольку новый язык позволяет различить «много $+ 1$ » и «много», а традиционный — нет. При этом, подчеркну, новый подход не противоречит классическим идеям о бесконечности, он просто предлагает новую, в ряде случаев более удобную, «линзу» для наблюдения математических объектов.

В новом языке присутствуют бесконечные числа, бесконечно малые, конечные, а также бесконечные с конечными частями и бесконечные с бесконечно малыми частями. Все они — частные случаи одной общей системы записей и могут быть использованы в самых разных вычислениях, позволяя также создать математический анализ, который гораздо ближе к физике, к миру, в котором мы живём. Например, в математике непрерывное и дискретное — это две совсем разные вещи, так? А вот стол: какой он, непрерывный или дискретный?

Это как посмотреть.

Верно! Если смотреть глазами, то он непрерывный, а если при сильном увеличении, то дискретный. В моём математическом анализе ситуация такая же. Одну и ту же функцию можно видеть и как дискретную, и как непрерывную.

Традиционно в математическом анализе исследуются функции, принимающие конечные значения, а понятия «бесконечное» и «бесконечно малое» играют вспомогательную роль. В новом языке совершенно всё равно, какие значения принимает функция — бесконечные, бесконечно

малые или конечные. Он работает одним и тем же способом и с одними, и с другими, и с третьими. Различные бесконечно большие и бесконечно малые величины — это просто константы, на которые функции можно при желании умножать или делить.

Новый язык позволяют создать и инструмент для вычислений, так называемый «компьютер бесконечности», запатентованный в России, в США и в Европе.

Вы запатентовали принцип, или «железо», или программу?

Зapatентовано арифметико-логическое устройство, которое не привязано к конкретному «железу». Оно может быть реализовано на самых различных материальных носителях. Это так называемый «зонтный патент».

К Вам уже кто-нибудь обращался с предложениями реализовать этот принцип в «железе» или софте?

На Западе обращались. Я трачу достаточно большое количество времени на переговоры. Но мои итальянские консультанты мне советуют не торопиться и подождать, пока не придёт «настоящий покупатель».

И тогда — что конкретно мы сможем сделать, если будет реализован компьютер бесконечности? Чего не могут современные компьютеры?

Современные компьютеры работают только с конечными числами. Компьютер бесконечности позволяет автоматически производить численные (не символьные) вычисления с бесконечными, бесконечно малыми, конечными числами, а также с бесконечными числами с конечными частями и бесконечными числами с бесконечно малыми частями.

Например, в компьютерном моделировании можно будет создавать модели, где учитывается влияние бесконечно малых изменений. Можно будет наблюдать, что получится, когда они накапливаются, как они переходят в конечные, в бесконечные и т.д. Можно будет изучать и лучше моделировать процессы, где малые изменения приводят к большим результатам. Появился более мощный язык, который позволяет делать более сложные

Ответ «много» на вопрос «сколько будет 2+2?» — правильный в языке племени пираха, но неточный с нашей точки зрения

модели и обрабатывать их на компьютере без вмешательства человека.

Вот пример. Очень часто нужно отличить вероятность события, которая бесконечно мала, от вероятности невозможного события. Допустим, что кто-то хочет выяснить, сколько Вы зарабатываете, используя Интернет, и получает противоречивые ответы: 20 000 юаней, 3 000 долларов, 12 000 рублей. Тогда начинают считать вероятности правильности этих ответов. При компьютерной обработке маленькие вероятности за счёт ошибок счёта часто обнуляются. Соответственно, теряется информация о том, что есть ненулевая вероятность, что Вы заработали, например, юани. Конечно, когда речь идёт о вашей зарплате, это интересно, возможно, только налоговой инспекции.

А представьте, если просчитывается вероятность землетрясения в районе некоторого важного объекта. Тогда, если есть вероятность (даже самая маленькая, бесконечно малая) того, что объект будет потерян, это критично. Если же моделировать, используя мои числа, то даже бесконечно малые вероятности никуда не потеряются и всегда будут учтены в модели. И мы будем знать, что вероятность бесконечно мала, но все-таки это не есть невозможное событие, оно может произойти. Так что новый язык — это способ повышения надёжности и точности вычислений.

Группы учёных, работающие в России, в Италии, в США, в Велико-

британии, во Франции, и т.д. занимаются поиском новых приложений для компьютера бесконечности. В мае прошлого года прошла первая международная конференция на эту тему. Естественно, помимо прикладников есть и теоретики, профессиональные логики, философы. Например, профессор Габриеле Лолли — легендарная в Италии личность, автор более 10 книг по логике и основаниям математики, ученик создателя нестандартного анализа Абрахама Робинсона.

Какие еще области математики, плотно не связанные с бесконечностью, каким-то образом могут быть обогащены этим нововведением?

Области применения нового языка чрезвычайно широки. Я уже говорил о математическом анализе и теории вероятности. Во Франции есть группа, которая работает над использованием нового подхода в гиперболической геометрии. Итальянцы проводят очень интересные исследования о применении бесконечно малых величин в оптимизации. В России и Японии получены многообещающие результаты, связанные с перколяцией.

В целом, предложен новый инструмент, который может быть успешно использован в самых разных областях, поскольку он убирает многие противоречия и трудности, присущие предыдущему языку. Однако новый язык ни в коем случае не панацея. Как и любой другой инструмент, он имеет свои

ограничения и с течением времени накопятся новые вопросы, возникнет необходимость в расширении и этого языка. То есть математика — это такая же естественная наука, как и все другие. Как и в физике, в математике результаты зависят от используемых инструментов — математических языков.

А Ваш рабочий язык — в Италии — итальянский?

Я приехал в Италию с английским и думал, что этого будет достаточно. Однако оказалось, что это не так. В итоге пришлось научиться свободно говорить по-итальянски, что совсем неплохо и очень приятно.

Какой процент времени Вам удаётся проводить в России?

Большую часть года я провожу в Италии. Но не устаю подчеркивать, что ни в коем случае не являюсь «уезжанцем», «убеганцем» и т.п. Продолжаю работать в Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского. На протяжении уже более 15 лет являюсь российским координатором международной программы «Российско-итальянский университет» между Нижегородским и Калабрийским университетами. Студенты обоих вузов имеют возможность получить и итальянский, и российский дипломы после полутора лет обучения в университете-партнере. ▣

ИВАН ОХАПКИН

НАРОД ИЗ НИОТКУДА

Они называют себя словом, буквально переводимым как «нормальные люди», а всех остальных (и белых, и других индейцев) — «мозги набекрень». Хотя при этом не умеют считать дальше двух, в их языке отсутствует слово палец, они не разделяют понятия мысли и сновидения, а обозначений цвета у них всего два — «светлый» и «темный». Таково удивительное племя пираха, которое уже несколько лет интригует ученых своей необычностью.

Народ пираха насчитывает несколько сотен человек, проживающих в отдалённом северо-западном районе Бразилии, вдоль реки Маиси, притока Амазонки. Помимо своей уникальной самобытности, они отличаются тем, что яростно сопротивляются интеграции в мировую цивилизацию. Но при этом вполне коммуникабельны и имеют большой опыт общения с белым населением. Опыт, который, правда, их мало чему учит: у пираха нет истории — эти

люди помнят только то, что происходило на их памяти. На вещи, явления и события, не касающиеся их собственного, личного опыта наложено строгое табу.

Неудивительно, что при таком подходе у этого маленького, но гордого южноамериканского народа нет своей мифологии; им неведомо понятие о Боге. В конце прошлого года известность получила история о христианинском миссионере Даниеле Эверетте, познакомившегося с пираха еще в 1977 году. Мис-

сионерство вышло «наоборот»: индейцы обратили европейца в свою веру, точнее неверие: Эверетт стал атеистом, причем разругался на этой почве с женой и развелся с ней. По словам Эверетта, культура этого южноамериканского народа по существу ограничивается сегодняшним днем; пираха практически не знакомы с заботами и страхами, которые мучают большинство населения нашей планеты. Это очень счастливые люди, считает бывший миссионер.